IQTISODIY DINAMIKANING CHIZIQLI MODELLARIDA TRAYEKTORIYALAR HARAKATINING TURG'UNLIGI HAQIDA

Mamadaliev N
O'zbekistan Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston
m_numana59@mail.ru

Xakimova Z
O'zbekistan Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekiston
zilolaxakimova94@gmail.com

Mamadalieva M.N
Andijon iqtisodiyot va qurilish instituti

Annotatsiya
Iqtisodiy dinamikaning chiziqli modellarida traektoriyalar xarakatining turg'unligi haқida tadqiqot olib borilgan. Traektoriyalar xarakatining turg'un va turg'un bo'lmasligi uchun zaruriy va yetarli shartlar olingan.

Kalit so'zlar:

Chiziqli sistemalar bilan tavsiflanuvchi jarayonlarni trayektoriyasini turg'unligini o'rganish uchun turg'unlik nazariyasini tadqiq qilish usullarini qo'llaymiz.

Eng avvalo, chiziqli tenglamalar sistemasi bilan tavsiflanuvchi jarayonni ko'rib chiqaylik [1]

$$\dot{x} = Ax + B, \qquad (1)$$

bu yerda, $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, $A = (a^i_j), i, j = 1, \ldots, n$, $B = (b^1, b^2, \ldots, b^n)$.

Aytaylik, $\bar{x}(t) -$ biz turg'unlikka tekshirishimiz kerak bo'lgan (1) sistemaning xususiy yechimi bo'lsin. Bu holda o'zgaruvchilarni $y^i = x^i - \bar{x}^i(t)$ yangi o'zgaruvchilarni kiritish kerak bo'ladi. Buni (1) sistemaga olib borib qo'ygandan so'ng, $y = (y^1, y^2, \ldots, y^n)$ o'zgaruvchilar uchun

$$\dot{y} = Ax, \qquad (2)$$

tenglamalar sistemasini hosil qilamiz, natijada maqsad asosiy masalaning nol yechimini tadqiq qilishga keltiriladi.

Yuqoridagi aytib o'tilgan mulohazalarni makroiqtisodiy modellarning trayektoriyasi turg'unligini o'rganishga tadbiq qilamiz. Ilgari, milliy iqtisodiyotning chiziqli yagona mahsulot modeli (1-band, 3-misolga qarang) [2] ko'rib chiqilganda, modelning trayektoriyalari to'g'ridan-to'g'ri topilganda, uning turg'un yechimlari yo'qligi ko'rsatib o'tilgan. Keling, ushbu natijani turg'unlikni tadqiq qilish apparati yordamida qanday olish mumkinligini ko‘rsatamiz. (2) sistema biz ko‘rib chiqayotgan misolda quyidagi ko‘rinishga $\dot{y} = \frac{1-a}{b}y$ ega bo‘ladi. Turg‘unlikni o‘rganish uchun endi biz xos qiymatni hisoblashimiz kerak bo‘ladi, bu yerda $\lambda = \frac{1-a}{b}$ ga teng. Shunday qilib, xos qiymat haqiqiy va musbat bo‘lganligi sababli, qaralayotgan modelning trayektoriyalarini turg‘un bo‘lmasligi shundan kelib chiqadi.

Keling, milliy iqtisodiyot tarmog‘i ikki guruhga bo‘lingan holdagi yanada qiziqarli bo‘lgan bir misolni ko‘rib chiqaylik. Ularning birinchisi ishlab chiqarish vositalarini, ikkinchisi esa xalq iste’moli mollarini ishlab chiqaradi. Bu holda, qaralayotgan modelning tenglamalari quyidagi [2]

$$X^1 = a_1^1X^1 + a_2^1X^2 + b_1\dot{X}^1 + b_2\dot{X}^2 + C^1,$$
$$X^2 = a_1^2X^1 + a_2^2X^2 + b_1\dot{X}^1 + b_2\dot{X}^2 + C^2$$

ko‘rinishga ega bo‘ladi. Ikkinchi tenglama yordamida X^2 ni sistemadan chiqarib tashlasak, boshqacha qilib aytganda sistemadan X^2 ni yo‘qotsak, u holda sistema bitta differensial tenglamaga qisqarishini anglab yetamiz. Ba’zi o‘zgarishlardan keyin bu tenglama o‘xshash bo‘ladi

$\dot{X}^1 = aX^1 + p,$ bu yerda

$$a = \frac{1-a_1^1-a_2^2+a_1^1a_2^2-a_2^1a_1^2}{b(1-a_2^2)+b_2}, \qquad p = \frac{(1-a_2^2)C^1-a_2^1\ C^2}{b(1-a_2^2)+b_2}. \qquad (3)$$

Bu holatda turg‘unlikni o‘rganish masalasi a parametrni ishorasini aniqlashga keltiriladi. Agar a parametrning ishorasi manfiy bo‘lsa, ushbu modelning barcha trayektoriyalari turg‘un, aks holda ular turg‘un bo‘lmaydi. (3) formulada a parametrning $b(1-a_2^2)+b_2$ maxraji musbat bo‘lganligi uchun, a parametrning ishorasi quyidagi kasrning sonining

$$1 - a_1^1 - a_2^2 + a_1^1a_2^2 - a_2^1a_1^2 \qquad (4)$$

ishorasi bilan mos (ustma-ust) tushadi.

Oxirgi (4) ifodaning ishorasini aniqlash uchun biz Leontev modelidagi to‘g‘ridan-to‘g‘ri harajatlar matritsasining unumdorlik xususiyatidan foydalanamiz. Mazkur xususiyat hossasidan kelib chiqadiki, A matritsaning maksimal xos qiymati birdan kichik bo‘lishi kerakligi kelib chiqadi. A matritsaning xarakteristik tenglamasi $f(\lambda) = \det(A - \lambda E)$ ko‘phad ko‘rinishga ega bo‘ladi, ya’ni $f(\lambda) = \lambda^2 - (a_1^1 + a_2^2)\lambda - a_2^1a_1^2$. Demak, bu ko‘phadning $\lambda = 1$ bo‘lgandagi qiymati musbat bo‘lishi kerak bo‘ladi. Aks holda, agar $f(1) < 0$ manfiy bo‘lsa,

$$\lim_{\lambda\to\infty} f(\lambda) = +\infty$$

bo‘lganligi tufayli, $f(\lambda)$ tenglamaning birdan katta bo‘lgan ildizi mavjud, aslida esa, bunday bo‘lishi mumkin emas.

U holda (3) tenglikdan $a > 0$ parametrni musbat bo‘lishligi kelib chiqadi. Binobarin, bir xil mahsulot misolida trayektoriyalari turg‘un bo‘lmagani kabi, Leontev modelining ikki turdagi maxsulot uchun ham trayektoriyalari turg‘un bo‘lmaydi.

Leontev modelining modifikatsiyasi (o‘xshashi) bo‘lgan yana bir chiziqli modelni ko‘rib chiqaylik, bu ham bo‘lsa, - kapital qo‘yilmalarining (jamg‘arma) kechikishi va asosiy vositalarning ishdan chiqishini hisobga olingan holi.

Agar kapital qo‘yilmalarning kechikishi eksponensial (o‘suvchi) taqsimotga ega bo‘lsa, u holda quyidagi model munosabatlarni olamiz:

$X = aX + I + C, \quad \dot{K} = -\mu K + V, \quad \dot{V} = -\lambda V + \lambda I.$

Asosiy fondlar va yalpi mahsulot o‘rtasidagi bog‘liqlik chiziqli deb, ya’ni $X = fK$, bu yerda $f -$ ishlab chiqarishning kapital sig‘imi, deb faraz qilsak, transformatsiyalardan so‘ng modelning tenglamalarini quyidagi ko‘rinishda olishimiz mumkin bo‘ladi:

$$\dot{K} = -\mu K + V, \quad \dot{V} = \lambda(1-a)fK - \lambda V - \lambda C. \quad (5)$$

Biz iste’mol $C(t) -$ vaqtning berilgan funksiyasi deb faraz qilamiz. Yuqorida ta’kidlab o‘tilganidek, (5) sistemaning har qanday trayektoriyasining turg‘unligi uning chiziqli bo‘lganligi sababli, matritsaning xarakteristik tenglamasining ildizlariga bog‘liq bo‘ladi:

$$A = \begin{pmatrix} -\mu & 1 \\ \lambda(1-a)f & -\lambda \end{pmatrix}.$$

A matritsaning xarakteristik tenglamasi quyidagi $p^2 + a_1 p + a_2 = 0$ ko‘rinishga ega bo‘ladi, bu yerda $a_1 = \lambda + \mu$, $a_2 = \lambda(\mu - (1-a)f)$.

Bunga Gurvis kriteriyasini qo‘llagan holda, biz xarakteristik tenglama ildizlarini haqiqiy qismining manfiy bo‘lishi uchun zaruriy va yetarli shart, u uning koeffitsientlarining musbatligi, ya’ni a_1, a_2 parametrlarning ishorasi musbat ekanligiga guvoh bo‘lamiz. Ulardan birinchisi aniq musbat bo‘ladi, ikkinchisi esa $(1-a)f < \mu$ shart ostida musbat bo‘ladi. Bu tengsizlik (5) sistemaning turg‘unligini aniqlovchi shartdir. E’tibor bering, bu shart, agar $\mu = 0$ bo‘lsa, bajarilmaydi. Keling, ko‘rib chiqilayotgan modeldagi iste’mol, oldindan belgilangan shaklda emas, balki yakuniy mahsulotning ma’lum bir qismi sifatida ko‘rsatilgan deb faraz qilaylik. Bu qismni (iste’mol ulushini) u bilan belgilab olamiz, u holda $C = u(1-a)X$ bo‘ladi; shuning uchun (5) chiziqli model tenglamalarini quyidagi ko‘rinishda qayta yozish mumkin bo‘ladi:

$$\dot{K} = -\mu K + V, \quad \dot{V} = \lambda(1-a)(1-u)fK - \lambda V. \quad (5)$$

Shuning uchun, turg‘un yoki turg‘un bo‘lmasligi mumkin bo‘lgan chiziqli differensial tenglamalar sistemasi olinadi. Birinchi holda, $t \to \infty$ intilganda uning barcha yechimlari nolga intiladi. Ko‘rib turganimizdek, (5) sistemaning $p^2 + a_1 p + a_2 = 0$ xarakteristik tenglamasi quyidagi koeffitsientlarga ega

$$a_1 = \lambda + \mu, \; a_2 = \lambda(\mu - (1-a)(1-u)),$$

bo‘ladi. Bundan kelib chiqadiki, biz birlikka yetarlicha yaqin bo‘lgan jamg‘arma ulushi uchun , ya’ni $1 > u > 1 - \frac{\mu}{1-a}$ koeffitsient musbat bo‘lishligini ko‘ramiz. Binobarin, (5) sistema bu holatda turg‘un bo‘ladi va qayd etilganidek, $t \to \infty$ intilganda $K(t) \to 0, V(t) \to 0$ ekanligini ko‘ramiz. Olingan natijadan ko‘rinib turibdiki, iste’mol ulushi juda katta bo‘lmasligi kerak ekan. Bu uning maksimal qiymatini baholaydi va $u = 1 - \frac{\mu}{1-a}$ bo‘ladi. Aks holda, asosiy vositalar nolga intilib, "mablag‘larni" yemirilishiga (ko‘p sarf bo‘lishiga) olib keladi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Понтрягин и др. Математическая теория оптималных процессов. Москва, «Наука» 1976.
2. Кротов В.Ф., и др. Основы теории оптималного управления. Москва «Высшауа школа», 1990. – 430 с.